



# 新数学の世界をのぞいてみよう

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界



<https://www.seg.co.jp/blog-category/math-world/>

ユークリッド  
幾何の世界

第13回 「三角形の内角の和は180度」を示すには?(その6)

「三角形の内角の和は180度である」ことを証明するにはどうすればよいかを考えていく記事の最終回です。前回までに、『三角形の合同の原理』と『プレイフェアの公理「直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本だけ存在する」』から『「三角形の内角の和は180度である」という原理』が証明できることは確認しました。

今回は、『三角形の合同の原理』と『「三角形の内角の和は180度である」という原理』から『プレイフェアの公理「直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本だけ存在する」』が証明できることを確認していきます。

このことが確認できると、第11回で確認した『プレイフェアの公理』と『平行線の性質「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」』が同値な原理であるだけでなく『「三角形の内角の和は180度である」という原理』も同値な原理であるとわかることになります。

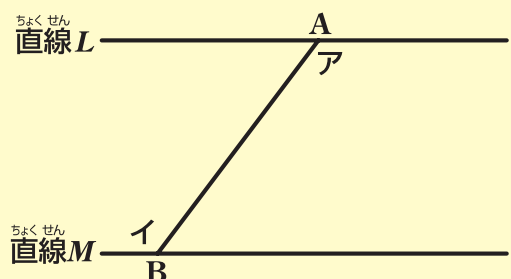
ここで、同値な原理であるとは、どちらをより基本的な原理と考えてもその原理から相手を証明することができることをいいます。

## ある状況での角の二等分線の作図

それでは証明の準備として次の問題を考えてもらいます。

### 問題1

下の図において、角A=角イとします。このとき、角Aを二等分する線を、コンパスと定規を用いて描くことを考えます。コンパスと定規をどちらも1回だけ用いて描く描き方を考えてください。そして、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

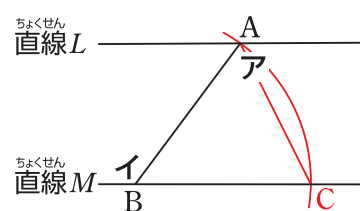


### 考え方

角Aの二等分線と直線Mの交点がどのような点であることを考えてみましょう。

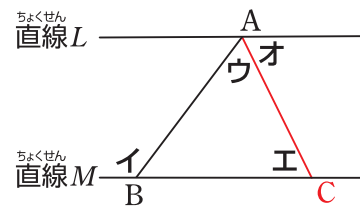
### 描き方

点Bを中心とし半径ABの円を描き、直線Mとの交点をCとします。2点A、Cを通る直線を引くと、ACが角Aの二等分線です。



### 証明

問題の仮定から、角A=角イ…①です。図の描き方から、BA=BC…②です。図のように、角ウ、エ、オをおきます。「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、②より、角ウ=角エ…③です。「三角形の2つの内角の和は、残りの内角の外角と等しい」ことから、角イ=角ウ+角エ…④です。①③④より、角A=角ウ+角ウ…⑤です。図より、角A=角ウ+角オ…⑥なので、⑤⑥より、角ウ=角オです。よって、ACが角Aの二等分線であることがわかりました。



## 三角形の内角の和についての原理

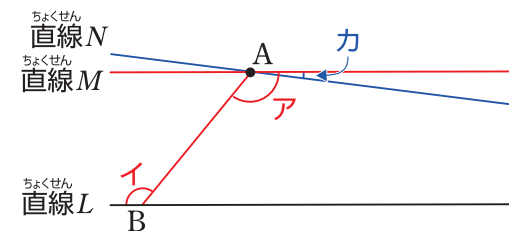
いよいよ、「三角形の内角の和は180度である」という原理を証明の根拠として用いて、『プレイフェアの公理「直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本しかない」』を証明していくことにしましょう。証明するには、『「三角形の内角の和は180度である」という原理』だけでなく、この原理から導かれた『三角形の外角についての原理』や、三角形の合同の原理から導かれた『二等辺三角形の底角の原理』なども必要になります。問題1を参考にして、がんばって考えてみてくださいね。

### チャレンジ問題

「三角形の内角の和は180度である」という原理を証明の根拠に用いて、プレイフェアの公理「直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本だけ存在する」ことを証明してみましょう。

### 考え方

下の図のように、Aを通る直線Mを、図の角アと角イが、角ア=角イとなるように引いてみましょう。すると、平行になるための条件の原理「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、直線Lと直線Mは平行とわかります。そこで、さらに図のようにAを通る直線Mとは異なる直線Nを引きます。Aを通る平行な直線が1本しかないことを示すには、この直線Nが直線Lと平行ではない、すなわち、直線NとLが交わることを証明すればいいわけです。そのために、問題1をどう使うのか考えてみるとよいでしょう。



## 証明のための根本原理と図を描くときの注意

### 〈図を描くときの注意〉

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

### 〈根本原理〉

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形は合同（ぴったり重なる）である。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形は合同である。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形は合同である。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度である。
- ・対頂角は等しい。
- ・直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本だけ存在する。
- ・2直線において錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。
- ・三角形の内角の和は180度である。
- ・三角形の2つの内角の和は、残りの内角の外角と等しい。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。