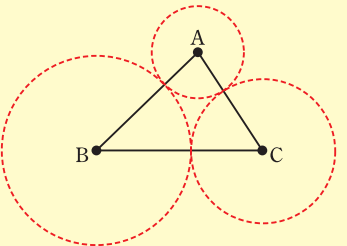
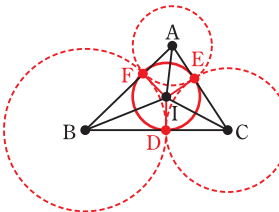
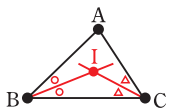


与えられた△ABCの3頂点を中心とする互いに外接する3円を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



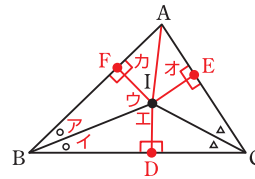
描き方

まず、今回の記事の本文に書いたようにして、△ABCのBAとBCの間の内角とCAとCBの間の内角のそれぞれの二等分線を描き、その交点をIとします。次に、点Iを通りBC、CA、ABのそれぞれと垂直な直線とBC、CA、ABとの交点をD、E、Fとします。そして、点Aを中心とし半径AFの円A、点Bを中心とし半径BDの円B、点Cを中心とし半径CEの円Cを描くと、それらの3円が、与えられた△ABCの3頂点を中心とする互いに外接する3円になります。



証明

図のように角ア、イ、ウ、エ、オ、カとします。△BDIと△BFIにおいて、図の描き方から、角ア=角イ…①です。また、「三角形の内角の和は180度である」ことから、角ウ=180度-90度-角ア=90度-角ア…②、角エ=180度-90度-角イ=90度-角イ…③です。よって、①②③から、角ウ=角エとわかります。したがって、BI共通、角ア=角イ、角ウ=角エより、「一辺とその両端の角が互いに等しい三角形は合同である」ことから、△BDIと△BFIは合同です。よって、ID=IF…④、BD=BF…⑤です。同様にして、△CDIと△CEIが合同であることが証明できるので、ID=IE…⑥、CD=CE…⑦です。



△AEIと△AFIにおいて、図の描き方から角オ=角カ=90度、④⑥よりIE=IF、AI共通なので、「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形は合同である」ことから、△AEIと△AFIは合同です。

よって、AE=AF…⑧です。

⑤⑦⑧より、円Aと円Bは点Fを通り、円Bと円Cは点Dを通り、円Cと円Aは点Eを通るとわかります。よって、本文の **問題1** より、円Aと円B、円Bと円C、円Cと円Aがそれぞれ互いに外接していることがわかりました。したがって、3円が互いに外接していることが証明できました。

