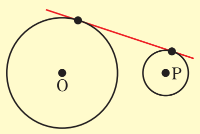
新数学の世界をのぞいてみよう

チャレンジ問題（解答・解説）

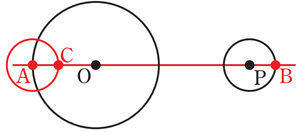
「新・数学の世界をのぞいてみよう」の本コーナーは、7面をご覧ください。

企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

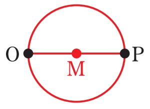
中心がOとPで半径の異なる円Oと円Pが与えられているとき、それら2円の両方に右の図のように接する直線を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



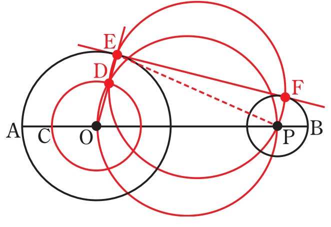
描き方 まず、2点O、Pを通る直線を描き、図のように円O、円Pとの交点をA、Bとします。そして、Aを中心とし半径BPの円を描き、その円と線分AOとの交点をCとします。



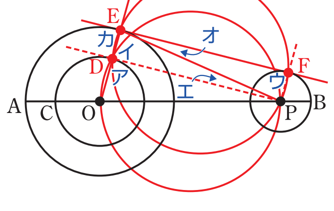
次に、2点O、Pを結ぶ直線のなかに、本文の記事のように中点Mを描きます。その点Mを中心とし直径OP（半径OM＝PM）の円を描きます。Oを中心とし半径OCの円を描き、その円と直径OPの円との2つの交点のうち、OPより上側の点をDとし、線分ODのDの方への延長線と与えられた円Oとの交点をEとします。



ここで、直径OPの円を描くのと同様にして直径EPの円を描き、与えられた円Pとの2つの交点のうち、OPより上側の点をFとすると、2点E、Fを通る直線が与えられた2円OとPの両方に接する直線になります。



証明 右の図のように角ア、イ、ウ、エ、オ、カをおきます。本文の記事にある「円の直径を一辺とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である」ことより、△OPDは角アが90度、△EFPは角ウが90度の直角三角形です。



よって、「3点E、D、Oがこの順で一直線上にあるならば、DEとDOのなす角が180度である」ことから、角イ＝180度－角ア＝90度なので、角イ＝角ウ＝90度…①です。また、図の描き方からED＝AC＝BP＝PFなので、ED＝PF…②です。よって、①②とEP＝PEより、「直角三角形の斜辺と他の一辺が互いに等しい三角形は合同である」ことから、△PDEと△EFPは合同です。

したがって、角エ＝角オなので、「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、2点E、Fを通る直線と2点D、Pを通る直線は平行です。よって、「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ことから、角カ＝角イ…③です。

よって、①③から、角カ＝角ウ＝90度なので、半径OE、半径PFと2点E、Fを通る直線は垂直です。

よって、本文の記事にある「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、2点E、Fを通る直線は与えられた2円O、Pと接する直線です。

以上で、正しく図が描けていることが証明できました。