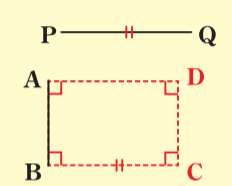


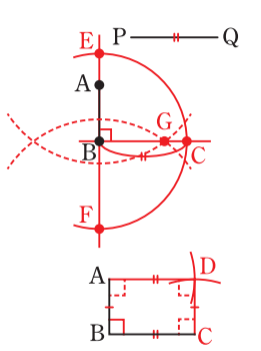
線分ABとPQが与えられているとき、 $BC = PQ$ となる長方形ABCDを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし、定規とコンパスは合計で9回までしか使えないこととします。



描き方

与えられた線分ABの両端点A、Bを通る直線を描き(定規1回目)、点Bを中心とし半径PQの円Bを描きます(コンパス1回目)。

直線ABとの2つの交点を図のようにE、Fとします。次に、点Eを中心としBEより長い半径の円Eと点Fを中心とし円Eと同じ半径の円を描きます(コンパス2回目と3回目)。それら2円の交点のうち1つを図のようにGとします。

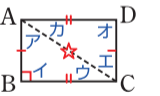


2点B、Gを通る直線を描き(定規2回目)、円Bとの交点のうち1つを図のようにCとします。点Cを中心とし半径ABの円と点Aを中心

とし半径BCの円を描き(コンパス4回目と5回目)、それら2円の交点のうちBでない方をDとします。2点A、Dを通る直線と2点C、Dを通る直線を描くと(定規3回目と4回目)、定規とコンパスを合計9回使って求める長方形ABCDが描けました。

証明

右の図のように、角Aから力をおきます。図の描き方から、 $AB = CD$...①、 $BC = DA$...②であり、問題1と同様に、角イ=90度(直角)...③が証明できます。△ABCと△CDAにおいて、「三辺が互いに等しい三角形は合同である」ことから、 $AC = CA$ と①②よ



り、△ABCと△CDAは合同です。合同の対応する角は等しいので、角ア=角エ...④、角イ=角オ...⑤、角ウ=角カ...⑥です。③⑤より、角オ=角イ=90度...⑦であり、④⑥より、角ア+角カ=角エ+角ウ...⑧です。

ここで、「三角形の内角の和は180度である」ことから、(角ア+角イ+角ウ)+(角エ+角オ+角カ)=180度+180度=360度...⑨なので、⑦⑨より、(角ア+角カ)+(角エ+角ウ)=360度-90度×2=180度...⑩です。⑧⑩より、角ア+角カ=角エ+角ウ=180度÷2=90度となり、4つの内角がすべて90度(直角)とわかったので、四角形ABCDは長方形です。