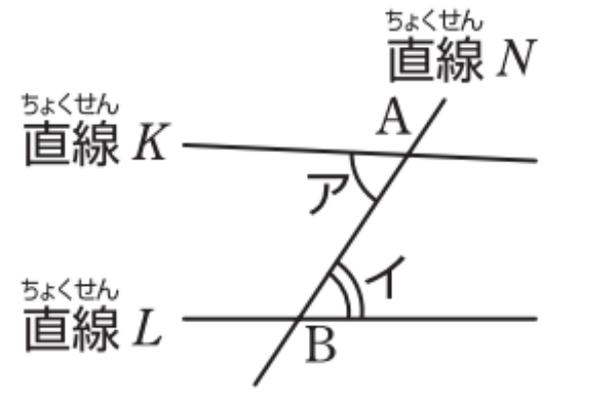


『直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本しかない』(プレイフェアの公理)という原理を証明の根拠に用いて、『2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』ことを証明してみましょう。

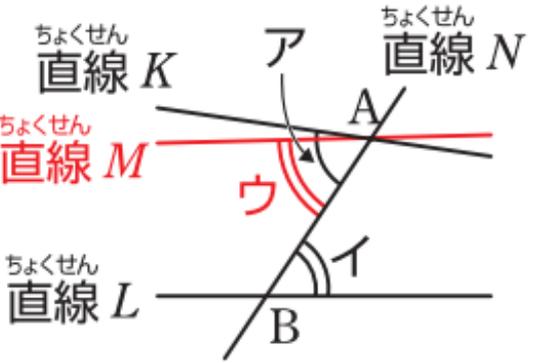
証明

右の図のように、平行な2直線をK、Lとし、その2直線と直線Nが交わってできる錯角の位置の角をアとイ、2直線と直線Nの交点をA、Bとします。



このとき、錯角の位置の角アとイが等しいことを証明したいので、もしも角アとイが等しくないと仮定すると、矛盾が起きてしまうことを証明することにしましょう。

角アとイが等しくないと仮定します。点Aを通る直線で、その直線と直線Lに対する錯角の位置の角が等しくなるような直線をMとすると、『錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である』ことから、直線Lと平行になります。



また、右の図のように、直線Mと直線Nのなす角をウとすると、角アは角イと等しくなく、角ウは角イと等しいので、角アと角ウは等しくありません。よって、直線K

と直線Mは別の直線ということになります。すると、点Aを通る直線K、Mが2本とも直線Lの平行線になり、このことは、『直線LとL上にはない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本しかない』ことと矛盾しています。

つまり、矛盾が起きてしまうので、『平行な2直線に対する錯角の位置の角アとイが等しくないとはいけなとわかりました。これで、『平行な2直線に対する錯角の位置の角が等しい』ことが証明できました。