

SEG 中2数学 授業見学 レポート

折り紙で正五角形を折ることを通して 知識の活用の仕方を学ぶ



る点の位置を決める線が折れますよ。何か定理がありましたね。思い出した人はいますか。一人の手が上がり、「角の二等分線と比の定理」と答える。



高校で習うことになっている定理だが、SEGでは中1の段階で習っているようだ。この定理を使えば対角線を折り、その折り線に正方形の1辺を重ねるように折ることで、角の二等分線が折れることになり、正方形の1辺を√2:1に分ける点が決まる。

「さあ、これが大きなヒントになっています。正五角形の場合は√5が必要。√5はどこにありますか。見つかった生徒が答えて「半分」に折る」「その長方形の辺の比は？」[1:2]「では√5はどこでしょう」「長方形の対角線」。こんなふうにして生徒と掛け合いながら、先生は解説を進めていく。ピタゴラスの定理によって、1:2:√5が得られ、さらに角の二等分線と比の定理を使って正方形の1辺を√5:1に分ける点が決まる。

さらにその点で正方形を折ることでBから√5-1はなれた点が決まり、その点に重なるように反対側を折ればBから√5-1はなれた点Rも得ることができる。

ん？√5-1? 先ほど出てきたSCの長さ一致するではないか。長い助走だったが、それはすべてこれを導くためだったのだ。



これで正五角形を折る際の基本的な点Rが決まった。そうすれば、BCを半分に折ることでSの点が決まり、RSの長さと同じ長さのQRもSTも折ることができるし、さらにそこからPQもPTも折ることができる。生徒全員、見事に正五角形を折ることができた。

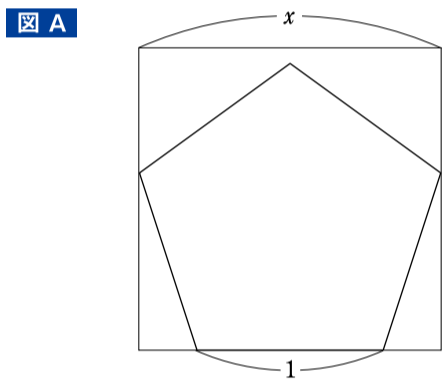
非常に興味深い授業だった。折り紙で正五角形を折るという未知の問題を解決するために、相似、2次方程式、ピタゴラスの定理、角の二等分線と比の定理などの知識をどのように活用していくのか、少しずつ生徒に気づかせていく。なるほど、問題を解決する、考えるとはこういうことかと納得させられた。

既知のものから出発して、新しいものを理解していく——毎回こんな授業を受講しているSEGの生徒たちの、数学の力が伸びる一端に触れた時間だった。

数学専門塾としてスタートしたこともあり、数学の指導で高い実績を誇るSEG。基本的な法則や原理にしたがって論理的に考えていくことを大事にする指導を徹底している。今回の授業は折り紙で正五角形を折るというテーマだが、三角形の相似やピタゴラスの定理、角の二等分線と比の定理といったこれまで習った基本的な知識を活用して、全員が正五角形を折ることに成功した。その醍醐味を感じていただきたい。

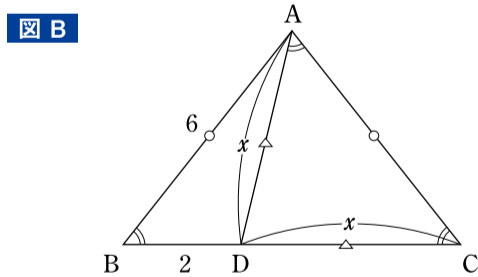
折り紙の中の正五角形の頂点の位置を正確に求めるための準備

担当である佐藤太郎先生の「今日は、今まで勉強してきたことを使って、みなさんに折り紙で正五角形を折ってもらおうと思います」という言葉とともに授業がスタート。コンパスと定規で正五角形を描いたことがある生徒は数人いたが、折り紙で折ったことのある生徒はいない。「せっかくですから、みなさんがやったことがない折り紙に挑戦しましょう」と、先生は黒板に図を描き始める。



「この図(図A)のように正方形を折るとして、正五角形の1辺の長さを1とし、正方形の1辺の長さをxとすると、正五角形のどこの長さがxと同じですか」。この質問にある生徒が「対角線」と答えると、「そうですね」と先生。「先週までに図形の長さなどを、2次方程式を使って求める方法を勉強してきました。どんな考え方で式を作りましたか」と再び質問。別の生徒が「相似とかピタゴラスの定理とか……」と答えると、「そうですね。これらを使って2次方程式を作ったxを求めることから始めましょう。そうでない、正五角形の頂点の位置を正確に決められませんから」。

ここでテキストを開き、線分の長さを相似と2次方程式を利用して求める練習問題に入っていく。先生は机の間をまわり、手詰まりしている生徒にヒントを出したりしながら、一人ひとりの出来具合を確認していく。しばらく演習時間をとった後、生徒とやり取りしながら解答をまとめていく。

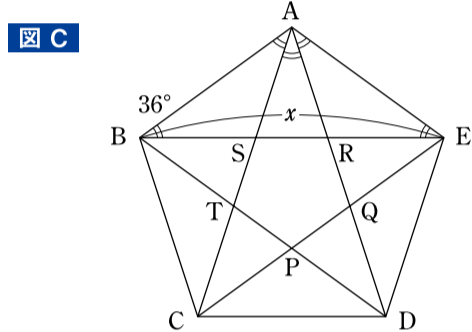


「この図(図B)でどこかに相似な三角形があります。どれか分かりますか」「△ABCと△DCA」「その通り」。

ちなみに三角形の相似条件3つ、すべて言える人はいますか。「二角相等と二辺比夾角相等と三辺比相等」[そうですね。でも、ここではADの長さが分からないので辺の比は使えません。二角相等しかありませんが、証明できる人は?]……。次々と生徒が答えていく。解答をまとめたところで1回目の休けいとなった。

正五角形の対角線の長さを2次方程式で求めたい

休けい後は、1辺の長さが1の正五角形の対角線の長さを求める方法について、みんなで考えていく。対角線BEをxとおいて、xを含む三角形と相似になる三角形を見つけしていく(図C)。



「見つけれられた人はいる?」。7割の生徒の手が上がる。さすがはSEGの生徒たち、優秀ぶりがうかがわれる。「ここで相似を使うには、角度が重要です。正五角形の内角は?」「108度」「そうですね。すると、△ABEの底角は何度ですか」「36度」。先生と生徒との受け答えによって、解説がどんどん進んでいく。結局、△ABEも△ABCも△AEDも合同なため、∠AEB=∠EARとなり、△ABEと△RAE(△SABでもよい)は二角相等で相似になることが分かった。



「次の課題は、REの長さを、xを使ってどう表すかということです。それができれば、△ABEと△RAEが相似であることを使って、連立方程式ができるからです。説明できる人は?」の問いかけには2~3人が挙手。ある生徒は、∠BRA=∠BAR=72度だから、△ABRはBR=BA=1の二等辺三角形であり、REの長さはx-1になると説明した。別の生徒は四角形BCDRが平行四辺形であることを使って、RE=x-1を説明した。

「これで準備が終わったので、xを求めましょう」と先生は解説しながら証明を書いていく。

△ABE∽△RAE(二角相等)より

$$1:x=x-1:1$$

すなわち

$$x^2-x=1$$

平方完成させるため、両辺に1/4を加えて

$$x^2-x+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}$$

$$(x-\frac{1}{2})^2=\frac{5}{4}$$

$$x-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

これを解いて、さらにx>0から

$$x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

これで辺の長さが1の正五角形の対角線の長さxが求まり、折り紙で正五角形を折る際の、折り紙の正方形と重なる正五角形の辺の交点の位置も決まるという。

そこまでの説明は納得できるが、ではそれをどのように折っていくのだろうか。そんな疑問に答えるように先生は「まずは折り紙の練習をしましょう。最初に正五角形を折ってみてください」と折り紙を複数枚生徒にわたしていく。

そのうえで先生は、折り紙で正確に折れるものとして、①2点を結ぶ直線は正確に折れる、②ある点がある直線上にあるように折れる、③2つの線分が重なるように折れる……などという説明を始めた。「例えば、正方形を半分にした2つの同じ長方形も折れる、角を折って、内角の二等分線を折ることもできます」。

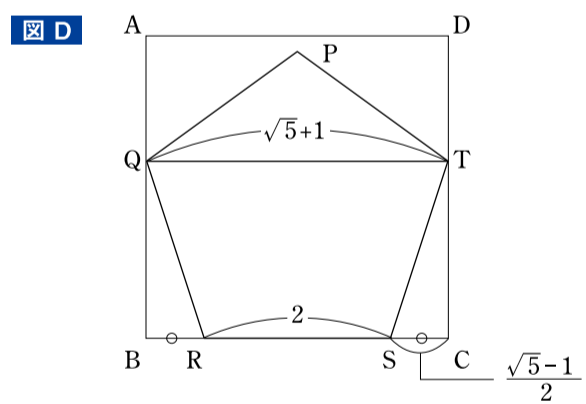
ここまで聞いて初めて折り紙を折ることと図形の性質が完全にリンクしていることが理解できた。幾何の知識をどう活用すればよいか少し見えてきた。

ここでは詳しい説明は省略するが、折り紙を半分に折って広げ、頂点をその折り線に重なるように折ることで、正方形の1辺の長さと同じ辺の長さを持つ正五角形を折ることができる。どの生徒も成功したようだ。

「ちなみに今やったのは、4回折って正三角形を作る方法でした。では、3回で正三角形を折ることができるでしょうか。チャレンジ問題としますので、いろいろ考えてみてください」と話し、2回目の休けいに入った。

折り紙で√2を折る方法から正五角形を折ることに挑戦

いよいよ正五角形を折ることに挑戦する時間となった。先生は、黒板に折り紙を示す正方形ABCDと、折りたい正五角形PQRSTを描いた。先ほどは1辺の長さが1の正五角形を考えたが、計算を簡単にするため、1辺の長さを2として、正方形の1辺を√5+1とした(図D)。



「1辺が√5+1の正方形で、SCの長さ√5-1となる点Sを決めたいですね。それが決まればそれをもとにして各頂点を決めていくことができるからです」。

少し大きめの折り紙が配られるが、生徒は皆目見当がつかないようだ。ヒントはテキストに提示されていた。正方形の1辺を√2:1に分ける線を折れるかどうかという問題だ。「正方形と√2を見て、春からの勉強で何か思い出すことはありませんか」「直角二等辺三角形」「その辺の比は1:1:√2でしたね。これを使うと、1辺を√2:1に分け

SEG 中2 数学

受講生の声

今回は手を使う楽しい授業でしたが、生徒たちはSEGの数学の授業のどこに魅力を感じているのでしょうか。何人かの生徒さんに聞いてみました。

SEGで習ったことは学校でも活かせる

SEGで習ったことを学校の代数学や幾何の授業に活かせるため、学校でも上位の成績をキープすることができています。分かりやすい問題から、チャレンジ問題のように解きがいのある問題までそろっているテキストで学ぶことができるため、数学の力がついている実感があります。

◆J.O.さん(麻布)

ちょうど良い教え方が最大の魅力

自分で考えて解ける問題もありますが、分からない問題があっても、先生がくださるヒントで解けるようになります。そのヒントは、ひらめきや気づきによって理解を深めてくれる「ちょうど良い」もので、今日の授業も最初は難しく感じましたが、最後には理解できました。

◆Y.T.さん(渋谷教育渋谷)

学校の勉強をスムーズにしてくれる

SEGの方が進度が早く、学校の勉強をスムーズに進めることができます。授業で扱う問題も、私にとっては簡単過ぎず、難しく過ぎることもない、ちょうど良いレベルだと思います。学校の友人に聞かれて教えたりすることも多く、そんな場面で力がついているのを感じます。

◆M.S.さん(暁学園)

数学が大好きになりテストの点数も伸びた

学校の勉強が難しく、追いつこうとしてSEGに入ったのですが、今では義務というより、楽しく通っている感じます。SEGに通ったことで数学自体が大好きになりましたし、テストの点数も伸び、数学好きの友人たちとも会話を楽しむことができるようになりました。

◆J.M.さん(渋谷教育渋谷)



<https://www.seg.co.jp/>

03-3366-1466

[月~金] 14:00~21:00 [土] 13:00~21:00
〒160-0023 東京都新宿区西新宿7-19-19

中学1年~大学受験 科学的教育グループ SEG®