



# 数学の世界 をぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

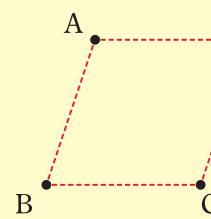
今日は、与えられた5点が各辺の中点になる五角形を作図することにチャレンジしてもらいます。

## 平行四辺形を描いてみよう

今回のチャレンジ問題で必要になる平行四辺形の書き方から考えていきましょう。

問題1

3点A、B、Cが与えられているとき、ABCDがこの順で4頂点になる平行四辺形ABCDをコンパスと定規を用いて描き、その書き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

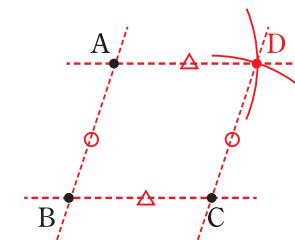


考え方

錯角の位置の角が等しくなるように2本の直線が描けないかを考えましょう。

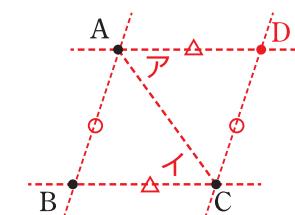
描き方

点Aを中心とし半径BCの円と点Cを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点のうちACに対してBと反対側にある方の点をDとします。そして、四角形ABCDを描けば、それが求める平行四辺形になります。



証明

図の書き方から、 $AB = CD$ 、 $BC = DA$ なので、 $AC = CA$ （共通）を考えると、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ はぴったり重なることがわかります。三角形がぴったり重なるので、図の対応する角アと角イもぴったり重なるため等しくなります。よって、錯角の位置の角アと角イが等しくなり、「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、 $AD$ と $BC$ は平行です。同様にして、 $AB$ と $CD$ も平行であることが証明できるので、四角形ABCDは平行四辺形であることが証明できました。

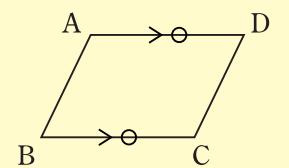


## どんな四角形が平行四辺形といえるのか

さらに、チャレンジ問題の準備として、もう1つ問題を考えておいてもらいましょう。

問題2

1組の向かい合う辺が平行かつ等しい四角形は平行四辺形であることを証明してみましょう。

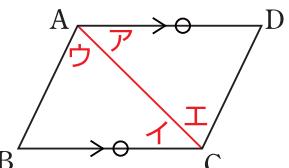


考え方

問題1 の証明がヒントになります。

証明

問題の前提から、 $AD$ と $BC$ は平行…①、 $AD = BC$ …②です。図のように角ア、イ、ウ、エをおきます。「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ので、①より、角ア=角イ…③です。「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ので、②③と $AC = CA$ （共通）より、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ はぴったり重なることがわかります。よって、対応する角ウと角エは等しいので、「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、 $AB$ と $CD$ は平行…④です。  
①④より、四角形ABCDは平行四辺形であることが証明できました。

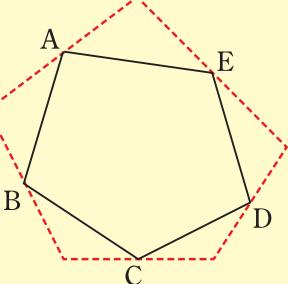


## 与えられた5点が各辺の中点になる五角形を描こう

では、今回のチャレンジ問題です。問題1と問題2がカギになります。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

与えられた5点が各辺の中点になる五角形を、コンパスと定規を用いて描き、その書き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

平行四辺形を利用することを考えてみましょう。

## 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

&lt;根本原理&gt;

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
  - 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
  - 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
  - 一边とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
  - 斜辺と他の一边が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
  - 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
  - 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
  - 対頂角は等しい（図1）。
  - 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。
  - 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
  - ある円の円周上の点を通る直線は、その点を中心とし、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である（図3）。
  - 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
  - 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
  - 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
  - 二角が互いに等しい三角形は相似である。
  - 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
  - ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。
- 図1 対頂角**
- 
- 図2 錯角**
- 
- 図3 円の接線**
- 

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。