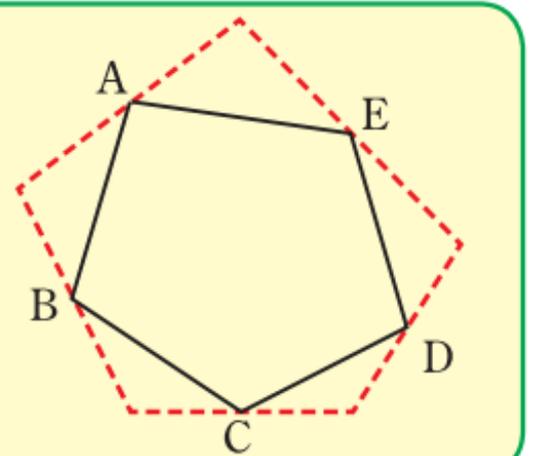


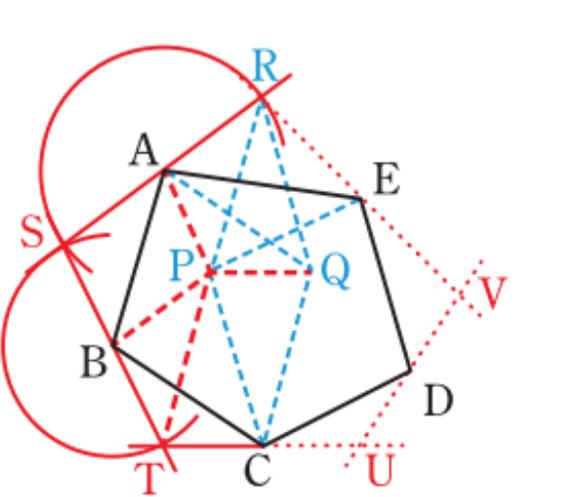


あたえられた5点が各辺の中点になる五角形を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



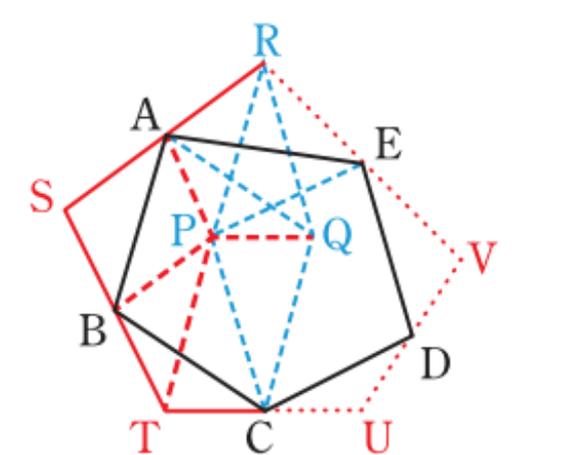
描き方 以下、平行四辺形は **問題1** と同様に描くことにします。点P、Qを、CDEP、ABCQがこの順で4頂点になる平行四辺形であるように描き、さらに、点Rを、PCQRがこの順で4頂点になる平行四辺形であるように描きます。次に直線ARを描き、点Aを中心とし半径ARの円と直線

ARとの交点のうちRでない方をSとします。さらに、直線BSを描き、点Bを中心とし半径BSの円と直線BSとの交点のうちSでない方をTとします。次に直線ERを描き、その後、S、Tと同様にして、図の点V、Uを描き、TUを結ぶ直線を描くと、五角形RSTUVが求める五角形になっています。



証明 図の描き方から、CDEPは平行四辺形…①、ABCQは平行四辺形…②、PCQRは平行四辺形…③、 $AR = AS$ …④、 $BS = BT$ …⑤、 $ER = EV$ …⑥、 $DV = DU$ …⑦です。②③よりABとPR (とCQ)は平行かつ等し

いので、**問題2** より、ABPRは平行四辺形…⑧です。よって、④⑧より、ASとBPは平行かつ等しいので、ASBPは平行四辺形…⑨です。さらに、⑤⑨より、APとBTは平行かつ等しいので、ABTPは平行四辺形…⑩です。よって、②⑩より、PTとQCは平行かつ等しいので、PQCTは平行四辺形…⑪です。同様にして、EDQR、EVDQ、EDUQは平行四辺形であり、PQUCは平行四辺形…⑫であることが証明できます。ここで、図のように角ア、イ、ウ、エ、オをおきます。すると、⑪よりPQとTCは平行なので、「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ことから、角ア=角エ…⑬で



す。同様にして、角イ=角オ…⑭が証明できます。「三角形の内角の和は180度」であることから、角ア+角イ+角ウ=180度…⑮なので、⑬⑭⑮より、角ウ+角エ+角オ=180度…⑯です。「CTとCUのなす角が180度ならば、3点T、C、Uがこの順番で一直線上にある」ので、⑯より、3点T、C、Uは一直線上にあります。さらに⑪⑫より、 $TC = CU (=PQ)$ なので、点Cは線分TUの中点です。④⑤⑥⑦より、A、B、E、Dは、それぞれ、線分RS、ST、RV、VUの中点なので、結局、A、B、C、D、Eは五角形RSTUVの各辺の中点であることがわかりました。以上で、図が正しく描けていることが、証明できました。

