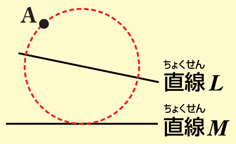
数学の世界をのぞいてみよう!

チャレンジ問題〔解答・解説〕

「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、6面をご覧ください。

企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

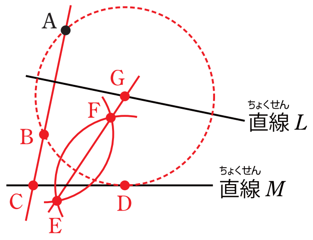
右の図のように直線L、M、点Aが与えられているとき、L上に中心があり、Aを通り、Mに接する円を1つコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



描き方

問題1と同様にして、直線Lに関して点Aと対称な点Bを描きます。2点A、Bを通る直線を描き、直線Mとの交点をCとします。

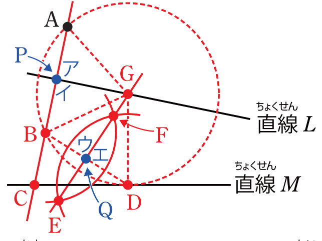
そして、本文の記事にあるようにして、CB×CA＝CD×CDとなる点Dを直線M上に描きます。



さらに、Bを中心とする円Bと、Dを中心とし半径が円Bと同じ円Dを、2円B、Dが2交点をもつように描きます。EとFを通る直線EFを描き、その直線EFと直線Lとの交点をGとし、Gを中心とし半径GDの円を描くとその円が求める円になっています。

証明

図のように、点P、Qと角ア、イ、ウ、エをおきます。図の描き方から、角ア＝角イ…①、AP＝BP…②です。



△APGと△BPGにおいて、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、①②とPGが共通より、△APGと△BPGはぴったり重なるとわかります。よって、対応する辺は等しいので、AG＝BG…③です。

次に、図の描き方から、BF＝DF＝BE＝DEとなるので、問題1と同様にして、角ウ＝角エ…④、BQ＝DQ…⑤です。

△BGQと△DGQにおいて、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、④⑤とQGが共通より、△BGQと△DGQはぴったり重なるとわかります。よって、対応する辺は等しいので、BG＝DG…⑥です。

③⑥より、Gを中心とし半径GDの円Gを描くとその円Gが点A、Bも通ります。図の描き方からCB×CA＝CD×CDなので、本文冒頭の記事より、円Gは直線Mに接しているとわかります。したがって、直線L上に中心Gがある円GがAを通り直線Mに接しているので、この描き方で正しく図が描けていることが証明できました。