

数学の世界をぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

コンパスと定規で描ける図形の世界／ユークリッド幾何の世界

第36回 3つの同心円上に頂点のある正三角形を描こう

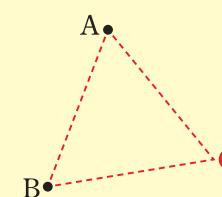
今回は、3つの同心円（同心円とは中心が同じ円のことです）のそれぞれの上に1つずつ頂点がある正三角形の作図にチャレンジしてもらいます。

2つの正三角形が作る合同

今回のチャレンジ問題では、2つの三角形がぴったり重なること（合同といいます）を利用した作図にチャレンジしてもらいます。そのための準備として、問題を考えてもらいましょう。

問題 1

与えられた2点を頂点とする正三角形を1つコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

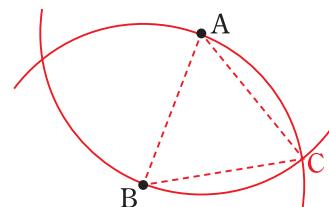


考え方

正三角形は3辺の長さが等しい三角形なので……。

描き方

点Aを中心とする半径ABの円と点Bを中心とする半径ABの円を描き、その2つの円の2つの交点のうちの1つをCとします。そして、AB、BC、CAを結んで線分を引くとできる△ABCが求める正三角形になります。

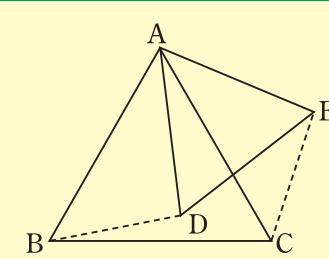


証明

図の描き方から、 $AB = BC = CA$ です。「三辺の長さが等しい三角形は正三角形」なので、△ABCは正三角形とわかり、図が正しく描けていることが証明できました。

問題 2

正三角形ABCと正三角形ADEが右の図のように与えられています。このとき、△ABDと△ACEがぴったり重なることを証明してみましょう。



考え方

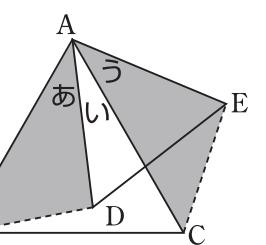
「ぴったり重なることを証明するために、どの根本原理を使うのかを考えてみましょう。

証明

問題の仮定から、△ABCは正三角形…①、△ADEは正三角形…②です。

△ABDと△ACEにおいて、①より $AB = AC$ …③、②より $AD = AE$ …④です。

ここで図のように角あ、い、うをおきます。すると、角あ=(ABとACの間の角)-角い…⑤、角う=(ADとAEの間の角)-角い…⑥であり、①②より(ABとACの間の角)=(ADとAEの間の角)= 60° …⑦なので、⑤⑥⑦より、角あ=角う…⑧です。「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ので、③④⑧より、△ABDと△ACEはぴったり重なることが証明できました。

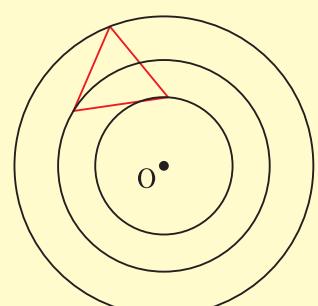


3つの同心円上に正三角形を描こう

では、今回のチャレンジ問題です。問題2がカギになります。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

下の図のように中心がOの3つの円があり、小円の半径と中円の半径の和は、大円の半径より大きくなっています。このとき、3つの円のそれぞれの上に1つずつ頂点をもつ正三角形をコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

問題2のような2つの正三角形をうまく利用しましょう。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

（根本原理）

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。

- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

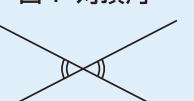
- 一边とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

- 斜辺と他の一边が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。

- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

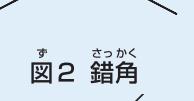
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は 180° 度であり、逆に、BAとBCのなす角が 180° 度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。

図1 対頂角



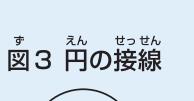
- 対頂角は等しい（図1）。

- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。



- 三角形の内角の和は 180° 度、四角形の内角の和は 360° 度である。

- ある円の円周上の点を通る直線は、その点を中心と半径と垂直であるならば接線である（図3）。



- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。

- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。

- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。

- 二角が互いに等しい三角形は相似である。

- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。

（図を描くときの注意）

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。