

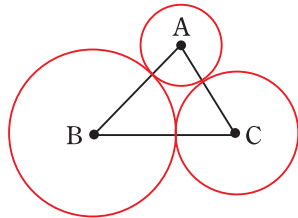


# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

## 第15回 三角形の頂点が中心の接する3円

今回は、三角形の3頂点を中心とする3つの円が、右の図のように互いの外側で接している図をどう描くかについて考えます。



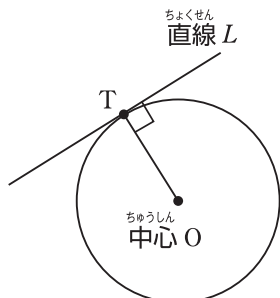
### 接する2円

2つの円が接するとは、2円が1つの点のみでくっついている状況のことです。とくに、互いの外側で接しているとき、外接といい、片方の円がもう一方の円の内部から接しているとき、内接といいます。

・円の接線になるための条件

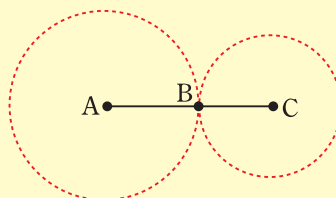
「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」

を使って、次の問題を証明してみましょう。



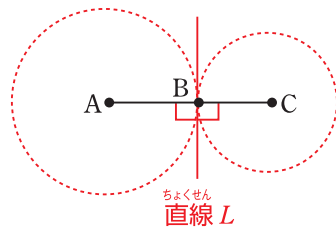
### 問題1

3点A、B、Cが、この順に一直線上にあるとき、点Aを中心とする半径ABの円と、点Cを中心とする半径CBの円は、点Bで外接することを証明してみましょう。



### 証明

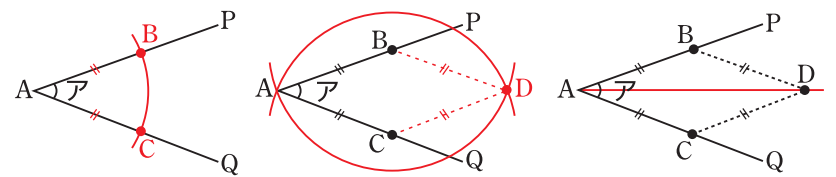
点Bを通り、ACと垂直な直線をLとし、点Aを中心とする半径ABの円を円A、点Cを中心とする半径BCの円を円Cとします。直線LとACが垂直なので、直線Lは円Aの半径ABと垂直、直線Lは円Cの半径BCと垂直です。したがって、「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、直線Lは円Aと円Cのそれぞれの接線です。よって、円Aと円Cは共有する点B以外は、直線Lに対して反対側にあるので、円Aと円Cは互いの外側で点Bのみでくっついている、すなわち、円Aと円Cは点Bで外接することが証明できました。



### 角の二等分線や、直線への垂線は描けるかな？

三角形の3頂点を中心とし互いに外接する3つの円を描くための準備をします。まずは、角の二等分線の描き方です。

右の図の角Aを二等分する直線の1つの描き方は、角Aを1つの内角とするひし形を描くものです。線分AP上に点Bをとり、コンパスで、点Aを中心とする半径ABの円を描き、その円と線分AQ、または、AQのQの方への延長線との交点を、図のようにCとします。



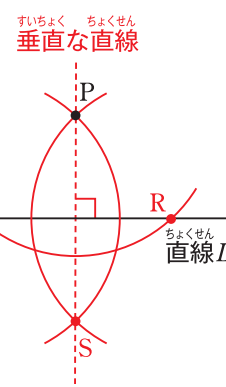
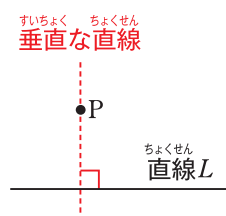
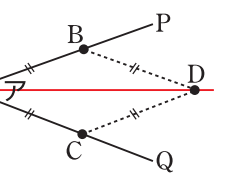
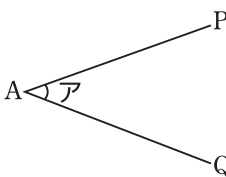
次に、コンパスで、点Bを中心とする半径BAの円と点Cを中心とする半径CAの円を描き、それら2円の2交点のうちAではない点を、図のようにDとします。すると、直線ADが、角Aの二等分線になります。

証明が気になる人は、第2回（2016年2月18日付）の記事を見てください。

次は、直線外の点からその直線への垂線の描き方です。直線外の点をPとし、その直線をLとすると、点Pを中心とし直線Lと2点で交わる円を1つ描き、その円と直線Lとの交点をQ、Rとします。

次に、点Qを中心とする半径PQの円と点Rを中心とする半径PRの円を描き、それら2円の2交点のうちPではない点をSとします。そして、2点PとSを通る直線を描けば、その直線が点Pを通り直線Lと垂直な直線になります。

証明が気になる人は、第13回（2017年1月19日付）の記事を見てください。

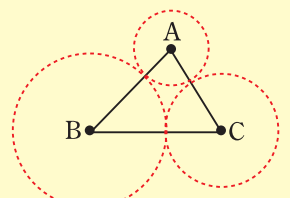


### 三角形の頂点を中心とする互いに外接する3つの円

では、いよいよ、三角形の3頂点を中心とし互いに外接する3つの円を描いてみることにしましょう。今回のチャレンジ問題にしますので、頑張って考えてみてくださいね。

### チャレンジ問題

与えられた△ABCの3頂点を中心とする互いに外接する3円を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



### 考え方

角の二等分線、直線外の点からその直線への垂線、問題1をうまく使って考えてみましょう。第13回の記事を読んだ人は、第13回のチャレンジ問題で出てきた図がヒントになるでしょう。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

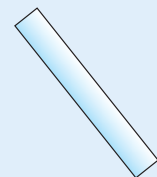
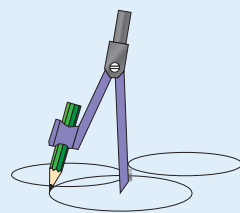
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### 根本原理

- ・ 定規で、2点を通る直線が引ける。
- ・ コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・ 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）。
- ・ 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる（残りの辺と角も互いに等しい）。
- ・ 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 直角三角形の斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- ・ 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・ 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- ・ 対頂角は等しい。
- ・ 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい。
- ・ 三角形の内角の和は180度である。
- ・ ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である。

#### 図を描くときの注意

- ・ 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。