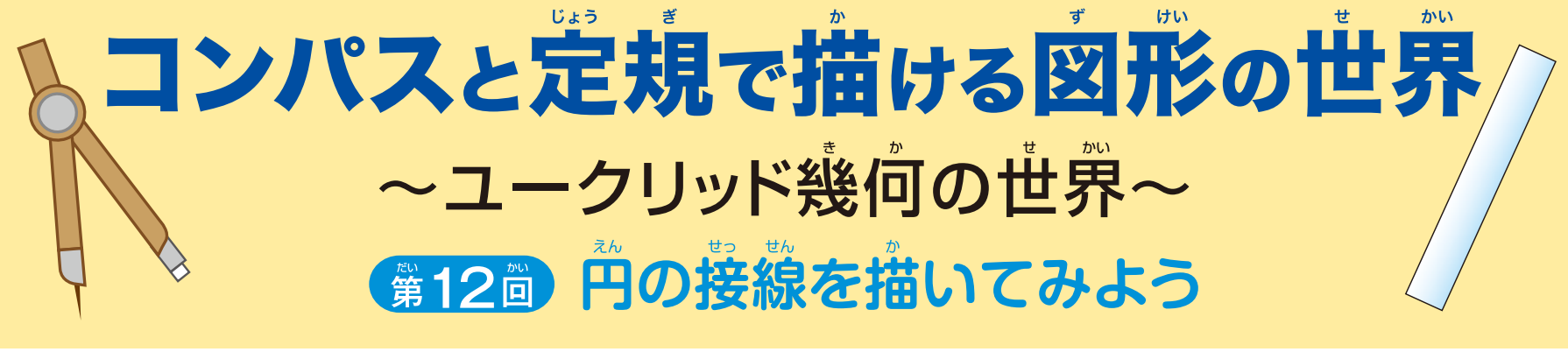




# 数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

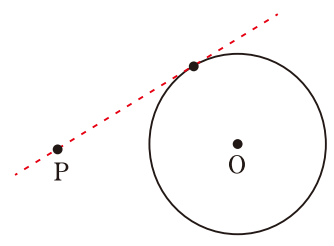


# コンパスと定規で描ける図形の世界

## ～ユークリッド幾何の世界～

### 第12回 円の接線を描いてみよう

今回は、ある点Oを中心とする円Oと円外の点Pが与えられているとき、点Pを通り、その円Oに接する直線（接線）をどう描くかについて考えていきます。



ここで、円の接線とは、円と1点のみを共有する直線のことです（円と直線の両方にふくまれる点が1点のみということですが、その共有される点を接点とよびます。

### 円の接線の性質

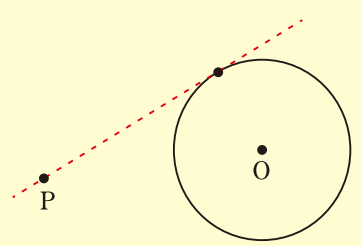
次に、円の接線になるための条件を確認することにしましょう。円の接線になるための条件は、「中心がOである円Oの円周上の点Tを通る直線が、半径OTと垂直である」ということです。このことの証明を **問題2** として考えてみます。

**問題2**

「中心がOである円Oの円周上の点Tを通る直線Lは、半径OTと垂直であるならば、接線である(円と直線が1点のみを共有する)」ことを証明してみましょう。

### チャレンジ問題

ある点Oを中心とする円Oと円外の点Pが与えられているとき、点Pを通る円Oの接線を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



**考え方**

**問題1** と **問題2** の結果を上手く使って考えてみましょう。

### 円の性質

まず、円外の点を通る円の接線を描く際に必要となる円の性質の1つを確認しておきます。

**問題1**

「ある円において、円の直径AB (A、Bは直径の両端の点)を一辺とし、AとB以外の円周上の点Cを3つ目の頂点とする三角形は、CAとCBの間の角が90度の直角三角形である」ことを証明してみましょう。

**考え方**

中心をOとすると、OA、OB、OCが半径であることに注目すると……。

**証明**

右の図のように、角ア、イ、ウ、エをおきます。中心をOとすると、△OACにおいて、OA=OC (半径) より、「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、角ア=角イ …① です。△OBCでも同様に考えて、角ウ=角エ …② です。

ここで、△ABCにおいて、「三角形の内角の和は180度である」ことから、角ア+(角イ+角ウ)+角エ=180度 …③ です。①②③より、角イ+(角イ+角ウ)+角ウ=180度なので、(角イ+角ウ)×2=180度、よって、角イ+角ウ=90度となり、CAとCBの間の角が90度であることが証明できました。

**考え方**

もしも2点を共有するとすれば矛盾が起きます。

**証明**

もしも、直線Lと円Oが点T以外に点Sも共有しているとします。半径OTと直線Lは垂直なので、△OTSのTOとTSの内角は90度 …① です。△OTSにおいて、OT=OS (半径) なので、「二等辺三角形の底角は等しい」ことより、[SOとSTの間の内角]=[TOとTSの間の内角] …② です。

①②より、[SOとSTの間の内角]=[TOとTSの間の内角]=90度です。すると、△OTSの内角の和は、[SOとSTの間の内角]+[TOとTSの間の内角]+[OTとOSの間の内角]=90度+90度+[OTとOSの間の内角]=180度+[OTとOSの間の内角]となるので、△OTSの内角の和が180度より大きくなってしまい、「三角形の内角の和は180度である」ことと矛盾します。したがって、直線Lと円Oは点Tのみを共有している、すなわち、直線Lは円Oの接線であることが証明できました。

### 円外の点を通る円の接線を描いてみよう

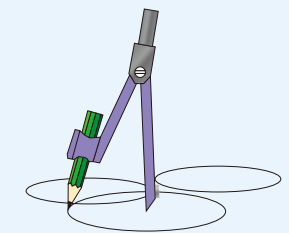
さて、いよいよ、ある点Oを中心とする円Oと円外の点Pが与えられているとき、点Pを通る円Oの接線を描いてみることにしましょう。これを今回のチャレンジ問題にするので、頑張って考えてみてくださいね。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするとき使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

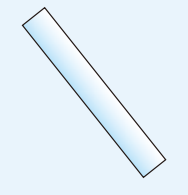
#### 根本原理

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。
- ・コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる (3つの角も互いに等しい)。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる (残りの辺と角も互いに等しい)。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- ・対頂角は等しい。
- ・2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい。
- ・三角形の内角の和は180度である。



#### 図を描くときの注意

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。