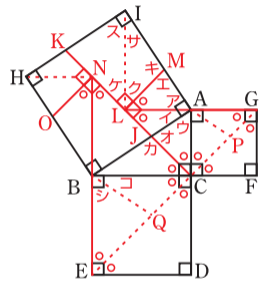


ピタゴラスの定理「CAとCBの間の角が直角の△ABCの直角をはさむ二辺の上の正方形BCDEと正方形ACFGの面積の和が、斜辺の上の正方形ABHIの面積と等しい」を証明するために、以下のように補助線を引きます。CAとCBの間の角の二等分線とAB、IHとの交点をそれぞれJ、Kとします。AGのAの方への延長線とCKとの交点をLとし、Lを通りCKと垂直な線とAIとの交点をMとします。BEのBの方への延長線とCKとの交点をNとし、Nを通りCKと垂直な線とBHとの交点をOとします。この補助線を利用して、ピタゴラスの定理を証明してみましょう。

**証明** 問題の仮定をまとめると、CAとCBの間の角は直角…①、BCDEは正方形…②、ACFGは正方形…③、ABHIは正方形…④です。

また、**問題1**と同様に考え、△ACGと△FCGはぴったり重なる…⑤、△BCEと△DCEはぴったり重なる…⑥、**問題2**と同様に考え、△ACLと△ACGはぴったり重なる…⑦、△BCNと△BCEはぴったり重なる…⑧とわかり、補助線の仮定の角の二等分線と垂直、①②③の直角、⑤⑥⑦⑧の対応角を考えると、図の○の角がすべて等しくて45度とわかります。

図のように、点PをCP=CJ…⑨、点QをCQ=CJとなるようにとり、角アから角スをとります。**問題2**の証明より、角イ+角ウ=90度…⑩、④⑩より角ア=角ウ(=90度-角イ)…⑪です。AC=AG(③より)とAL=AG(⑦より)…⑫から、AL=AC…⑬なので、⑪⑬と○の角が等しいことより「一辺とその両端



の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△ALMと△ACJはぴったり重なる…⑭とわかります。⑨とAC共通で○の角が等しいことより「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△ACPと△ACJはぴったり重なる…⑮とわかります。⑭⑮より、△ACPと△ALMはぴったり重なる…⑯とわかります。CG=CL(⑦より)…⑰と⑨より、CG-CP=CL-CJ、すなわち、GP=LJ…⑱です。⑫⑱と○の角が等しいことより「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△AGPと△ALJはぴったり重なる…⑲とわかります。⑭より角エ=角オ…⑳、「A、M、I」と「A、J、B」はそれぞれこの順番に一直線上にあるので、角キ=180度-角エ…㉑、角カ=180度-角オ…㉒、⑳㉑㉒より角カ=角キ…㉓です。AB=AI(④より)とAJ=AM(⑭より)からAB-AJ=AI-AM、すなわちBJ=IM…㉔、⑭よりJC=ML…㉕です。⑳㉔㉕より「二辺とその間の角が互い

に等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△BCJと△ILMはぴったり重なる…⑳とわかります。⑮の証明と同様にして、△BCJと△BCQはぴったり重なる…㉗とわかるので、㉖㉗より、△ILMと△BCQがぴったり重なる…㉘とわかり、㉘と○の角より、角ク=○=45度…㉙、補助線の仮定の直角と㉙より、角ク=角ケ(=90度-角ク=45度)…㉚です。㉘より角サ=角コなので、②④より角ス+角サ=角シ+角コ=90度も考えて、角ス=角シ…㉛であり、BE=BC(②より)とIL=BC(㉘より)からBE=IL…㉜です。㉚㉛㉜より「一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△ILKと△BEQはぴったり重なる…㉝とわかります。よって、⑱㉙㉘㉝より、四角形AIKJの面積=△ACGの面積+△BCEの面積…㉞が証明できました。同様にして、四角形BHKJの面積=△ACGの面積+△BCEの面積…㉟が証明できるので、⑤⑥㉞㉟よりピタゴラスの定理が証明できました。