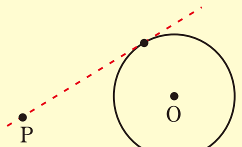
チャレンジ問題〔解答・解説〕

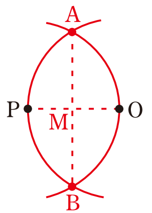
「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、6面をご覧ください。

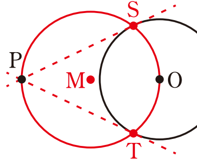
企画・構成|科学的教育グループ SEG

ある点Oを中心とする円Oと円外の点Pが与えられているとき、点Pを通る円Oの接線を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

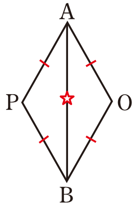


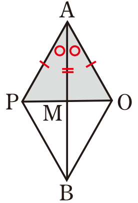
描き方 まず、線分OPを直径とする円を描きます。そのためには、点Oを中心とし半径OPの円と点Pを中心とし半径OPの円を描き、それら2円の2つの交点をA、Bとします。そして、2点A、Bを結ぶ直線と2点O、Pを結ぶ直線を描き、それら2直線の交点をMとします。その点Mを中心とし半径OMの円を描くとその円が直径OPの円になります。直径OPの円と与えられた円Oの2交点をS、Tとすると、2点P、Sを結ぶ直線も2点P、Tを結ぶ直線も円Oの接線です。



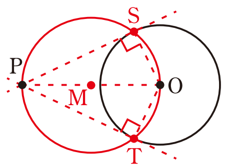


証明 △APBと△AOBにおいて、図の描き方から、AP=AO(=OP)、BP=BO(=OP)、AB共通なので、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△APBと△AOBはぴったり重なります。よって、ABとAPの間の角とABとAOの間の角は等しくなります。すると、△APMと△AOMにおいて、[ABとAPの間の角]=[ABとAOの間の角]、AP=AO、AM共通なので、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△APMと△AOMはぴったり重なります。よって、PM=OMです。





すると、点Mを中心とし半径MO(=MP)の円は、OPが直径の円になります。よって、問題1より、△OPSはSPとSOの間の角が90度の直角三角形で、△OPTはTPとTOの間の角が90度の直角三角形です。



したがって、問題2より、2点P、Sを通る直線は、円Oの半径OSと垂直なので、円Oの接線で、2点P、Tを通る直線は、円Oの半径OTと垂直なので、円Oの接線です。以上で、正しく図が描けていることが証明できました。